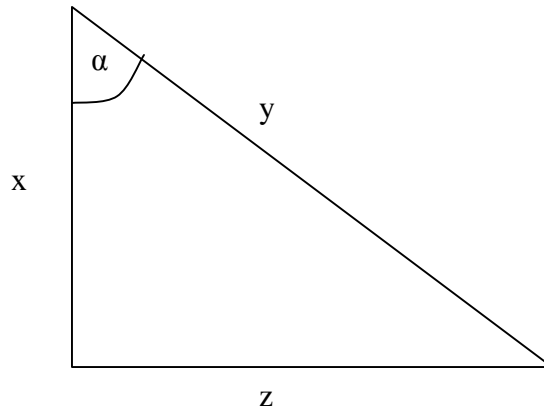


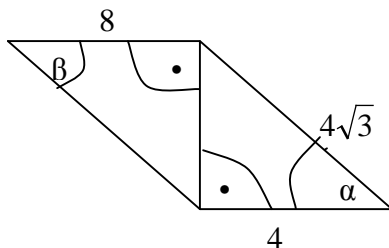
8. TRYGONOMETRIA – zadania

Zad.8.1. Uzupełnij tabelkę

	a	b	c	d
x	3			
y			2	
z	5	4		6
$\sin \alpha$				
$\cos \alpha$		$\frac{1}{3}$		
$\operatorname{tg} \alpha$			$\sqrt{3}$	
$\operatorname{ctg} \alpha$				3



Zad.8.2. Oblicz wartości funkcji trygonometrycznych kątów α i β



Zad.8.3. Boki trójkąta prostokątnego mają długości odpowiednio równe: 3, 4, 5.

Jaką wartość przyjmuje wyrażenie $|\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha|$, jeżeli α jest najmniejszym kątem w tym trójkącie.

Zad.8.4. W trójkącie prostokątnym kąt ostry ma 30° . Oblicz przeciwprostokątną trójkąta, jeśli Przyprostokątna leżąca naprzeciw kąta 30° jest równa $3\sqrt{2}$.

Zad.8.5. Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego jest równa 10, a tangens jednego z kątów ostrych tego trójkąta jest równy 3. Oblicz obwód tego trójkąta.

Zad.8.6. Ramię trójkąta równoramiennego ma 12 cm i tworzy z podstawą kąt 45° . Oblicz długość podstawy tego trójkąta.

Zad.8.7. Drabina oparta o ścianę tworzy z nią kąt 55° . Jej dolny koniec oddalony jest od ściany o 1,5 m. Wyznacz długość drabiny. Wynik zaokrąglaj do pełnych metrów.

Zad.8.8. Latarnia rzuca cień którego długość wynosi 10 m gdy promienie słoneczne tworzą z powierzchnią ziemi kąt 54° . Oblicz wysokość latarni. Wynik zaokrąglaj do pełnych metrów.

Zad.8.9. Oblicz wartość liczbową wyrażenia: $\frac{\sin 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ - \cos 45^\circ}{\operatorname{ctg} 60^\circ}$

Zad.8.10. Postępując się wzorem: $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$. Oblicz $\sin 15^\circ$.

Zad.8.11. Podaj wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego α wiedząc że:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sin \alpha = \frac{3}{4} & \text{b) } \cos \alpha = -\frac{1}{5} \\ \text{c) } \operatorname{ctg} \alpha = 5 & \text{d) } \operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{3} \end{array}$$

Zad.8.12. Oblicz wartość wyrażenia:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \operatorname{tg} 40^\circ \cdot \operatorname{tg} 50^\circ \\ \text{b) } \frac{2 \sin^2 15^\circ - 2 \cos^2 15^\circ}{2 \sin^2 15^\circ - 1} \end{array}$$

Zad.8.13. Sprawdź, czy liczby $a = \sin 60^\circ + \cos 60^\circ$ $b = \sin^2 25^\circ - \cos 30^\circ + \cos^2 25^\circ$ są pierwiastkami wielomianu $w(x) = 4x^2 - 8x + 2\sqrt{3}$

Zad.8.14. Podane wyrażenia doprowadź do najprostszej postaci:

$$\begin{array}{l} \text{a) } (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \cos^2 \alpha \\ \text{b) } \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} \end{array}$$

Zad.8.15. Udowodnij tożsamość

$$\begin{array}{l} \text{a) } 1 + \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha} \\ \text{b) } \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} = \sin^2 \alpha \\ \text{c) } \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} = \cos^2 \alpha \\ \text{d) } \frac{1 + \operatorname{tg}^4 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha \\ \text{e) } \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha} \end{array}$$

Zad.8.16. Oblicz $\frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha + 2 \sin \alpha$, jeśli $\cos \alpha = \frac{2}{3}$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

ODPOWIEDZI:

Zad.8.1. a) $y = \sqrt{34}, \sin \alpha = \frac{5\sqrt{34}}{34}, \cos \alpha = \frac{3\sqrt{34}}{34}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{3}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{3}{5}$

b) $x = \sqrt{2}, y = 3\sqrt{2}, \sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$

c) $x = 1, z = \sqrt{3}, \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos \alpha = \frac{1}{2}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

d) $x = 18, y = 6\sqrt{10}, \sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}, \cos \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$

Zad.8.2 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}, \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{3}, \cos \beta = \frac{\sqrt{6}}{3}, \operatorname{tg} \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}, \operatorname{ctg} \beta = \sqrt{2}$

Zad.8.3. $\frac{7}{25}$

Zad.8.4. $6\sqrt{2}$

Zad.8.5. $4\sqrt{10} + 10$

Zad.8.6. $12\sqrt{2}$

Zad.8.7. około 2 m

Zad.8.8. około 14 m

Zad.8.9. $\frac{3 - \sqrt{6}}{2}$

Zad.8.10. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

Zad.8.11. a) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{3\sqrt{7}}{7}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$

b) $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}, \operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{6}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{6}}{12}$

c) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{26}}{26}, \cos \alpha = \frac{5\sqrt{26}}{26}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{5}$

d) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}, \cos \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}, \operatorname{ctg} \alpha = 3$

Zad.8.12. a) 1 b) 2

Zad.8.13. a jest pierwiastkiem wielomianu w ,
 b nie jest pierwiastkiem wielomianu w

Zad.8.14. a) 1 b) $\sin^2 \alpha$

Zad.8.16. $\frac{11\sqrt{5}}{12}$